

PRINCIPE DE  
FONCTIONNEMENT  
DES FUSÉES

Du bon usage de la rotation de la Terre



# FONCTIONNEMENT DES FUSÉES



**L'équation de Tsiolkovski** est l'équation fondamentale de l'astronautique, reliant l'accroissement de vitesse au cours d'une phase de propulsion d'une fusée dotée d'un moteur à réaction au rapport de sa masse initiale à sa masse finale.

On la doit à Constantin Tsiolkovski et, indépendamment, à Hermann Oberth.

# FONCTIONNEMENT DES FUSÉES

## Un peu d'histoire

L'équation de Tsiolkovski (1857-1935) qui l'a déduite puis publiée en 1903, est considérée comme l'équation fondamentale de l'astronautique.

Bien que cette équation soit souvent attribuée au grand penseur autodidacte Tsiolkovski, une forme de l'équation figure déjà dans un traité du mathématicien britannique William Moore (fl. c.1806-1823) paru en 1813 puis dans un article du général-major belge Casimir-Erasme Coquilhat (1811-1890) paru en 1873.

# EQUATION DE TSIOLKOVSKI

L'équation de Tsiolkovski s'écrit :

$$\Delta v = v_e \ln (m_i / m_f ) \text{ où :}$$

- $\Delta v$  est la variation de vitesse de l'astronef entre la fin et le début de la phase propulsée considérée ;
- $v_e$  est la vitesse d'éjection des gaz ;
- $m_i$  est la masse totale de l'astronef au début de la phase propulsée (indice  $i$  pour initial) ;
- $m_f$  est la masse totale de l'astronef à l'issue de la phase propulsée (indice  $f$  pour final), exprimée dans la même unité que ;
- $\ln$  est la fonction logarithme népérien.

# DÉMONSTRATION DE L'ÉQUATION DE TSIOLKOVSKI

Cette équation est établie en intégrant l'équation de conservation de la quantité de mouvement entre le début et la fin de la phase propulsée sous les hypothèses suivantes :

L'étude du mouvement est faite dans un référentiel d'inertie.

La fusée n'est soumise qu'à la force de poussée fournie par ses moteurs, aucune autre action extérieure (gravité, efforts aérodynamiques) n'est prise en compte la vitesse d'éjection des gaz est constante.

# DÉMONSTRATION DE L'ÉQUATION DE TSIOLKOVSKI

À un instant donné, lorsque le vaisseau de masse  $m$  se déplaçant à la vitesse  $v$  éjecte une petite quantité d'ergol à la vitesse  $v_e$ , on note  $dm$  sa variation de masse et  $dv$  sa variation de vitesse.

La variation de quantité de mouvement du système isolé (vaisseau + ergol éjecté) est nécessairement nulle, il vient donc :

$$m.dv + (-dm).v_e = 0 \rightarrow dv = (dm/m).v$$

La masse d'ergols éjectée par unité de temps (propre) est constante.

# DÉMONSTRATION DE L'ÉQUATION DE TSIOLKOVSKI

Pour obtenir la variation de vitesse  $\Delta v$  de l'astronef quand sa masse passe de  $m_i$  à  $m_f$ , on peut intégrer cette petite variation de vitesse :

$$\Delta v = \int_{v_i}^{v_f} dv = \int_{m_i}^{m_f} \frac{v_e}{m} dm = v_e \int_{m_i}^{m_f} \frac{dm}{m} = v_e \ln \frac{m_f}{m_i} = -v_e \ln \frac{m_i}{m_f}$$

Puisque ,  $m_i > m_f$ ,  $\ln(m_i/m_f) > 0$ ,

La variation de vitesse du vaisseau a donc comme prévu la même direction que la projection des ergols et en sens opposé.



# EXEMPLE

L'exemple qui suit a pour objet de montrer l'intérêt des fusées à plusieurs étages. Soit une fusée à deux étages ayant les caractéristiques suivantes.

La masse d'ergols embarqués par chaque étage (premier étage : 100 tonnes ; deuxième étage : 20 tonnes) représente 10 fois sa masse à vide.

La vitesse d'éjection des gaz est de 4 000 m/s [1] et supposons qu'elle emporte une charge utile de 2 t.

# RÉSUMONS CES DONNÉES DANS UN TABLEAU

Étage	Masse d'ergols (t)	Masse à vide (t)	Masse totale (t)	Vitesse d'éjection des gaz (m/s)
Premier étage	$m_{e1}=100$	$m_{v1}=10$	$m_{t1} = 110$	$v_e = 4000$
Deuxième étage	$m_{e2} = 20$	$m_{v2}=2$	$m_{t2}=22$	$v_e=4000$
Charge utile			$m_{cu}=2$	
Total fusée	120	12	134	

On peut alors mener les calculs d'incrément de vitesse, comme suit, en employant deux fois l'équation de Tsiolkovski, aux étapes 3 et 6 :

Étape de calcul		Formule	Masse (t)	Vitesse (m/s)
1	Masse à l'allumage du premier étage	$m_{i1} = m_t$	134	
2	Masse à l'extinction du premier étage	$m_{f1} = m_{i1} - m_{e1}$	34	
3	Incrément de vitesse du premier étage	$dv_1 = v_e \ln(m_{i1}/m_{f1})$		5486
4	Masse à l'allumage du second étage	$m_{i2} = m_{f1} - m_{v1}$	24	
5	Masse à l'extinction du second étage	$m_{f2} = m_{i2} - m_{e2}$	4	
6	Incrément de vitesse du deuxième étage	$dv_2 = v_e \ln(m_{i2}/m_{f2})$		7167
7	Vitesse finale	$dv = dv_1 + dv_2$		12653

# CAS D'UNE FUSÉE À UN ÉTAGE DE MÊME MASSE ET CHARGE UTILE

Étape de calcul	Formule	Masse (t)	Vitesse (m/s)
1 Masse à l'allumage de l'étage (unique)	$m_i = m_t$	134	
2 Masse à l'extinction de l'étage	$m_f = m_i - m_e = m_v + m_{cu}$	14	
3 Vitesse finale	$dv = v_e \ln(m_i/m_f)$		9034

On constate une vitesse environ 30 % inférieure à celle de la fusée à 2 étages

# INFLUENCE DE LA ROTATION DE LA TERRE

A Kourou, pour un satellite géostationnaire (dans le plan équatorial), on peut profiter de la rotation de la Terre en lançant la fusée vers l'est (dans le sens de rotation de la Terre).

Par ailleurs, étant près de l'équateur, la correction pour aller dans le plan équatorial est très faible.

De plus, on a un freinage par l'air inférieur dans ce cas puisque, la vitesse initiale liée à la rotation de la Terre, l'air est immobile, ces deux derniers gains, sont non évalués ici.

Nous allons montrer ce qu'on gagne (qui est gratis) en charge utile uniquement par l'utilisation de la vitesse de rotation de la Terre. A l'équateur la vitesse est de 465,1 m/s . [2]

Comme Kourou est à  $5^\circ$  de latitude nord, sa projection à l'équateur fait qu'il faut multiplier par  $\cos(5^\circ) = 0.996$ . Vitesse équatoriale effective 463, 2 m/s.

Soit  $x$  la charge utile supplémentaire qu'on peut emporter, dans l'exemple de Wiki de la fusée à 2 étages où la vitesse finale est 12 653 m/s.

En prenant la même fusée que celle de l'exemple, mais avec une charge utile supplémentaire de  $x$ , on désire obtenir les mêmes performances (même vitesse finale de 12653 m/s)

# INFLUENCE DE LA ROTATION DE LA TERRE

Donc nous avons une charge au départ de  $(134+x)$  T puis  $(34+x)$ T à l'extinction du 1<sup>er</sup> étage, puis après largage du 1<sup>er</sup> étage  $(24+x)$ T pour le 2<sup>ième</sup> étage à l'allumage et finalement  $(2+x)$ T pour la charge utile à l'extinction.

Résumons cela dans le même type de tableau que précédemment. L'exemple que nous allons utiliser pour montrer le gain obtenu est emprunté à Wikipedia:

[https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation\\_de\\_Tsiolkovski](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_de_Tsiolkovski)

Étage	Masse d'ergols (t)	Masse à vide (t)	Masse totale (t)	Vitesse d'éjection des gaz (m/s)
Premier étage	$m_{e1}=100$	$m_{v1}=10$	$m_{t1} = 110$	$v_e = 4000$
Deuxième étage	$m_{e2} = 20$	$m_{v2}=2$	$m_{t2}=22$	$v_e=4000$
Charge utile			$m_{cu}=2+x$	
Total fusée	120	12	$134+x$	

Avec une vitesse d'éjection  $v_e$  des gaz de 4000m/s par exemple 2, la loi de Tsiolkovski donnant l'accroissement de vitesse :  $\Delta v = v_e \cdot \ln(m_i/m_f)$  ,  $\Delta v$  est l'accroissement de vitesse donnée par l'étage où  $m_i$  est la masse de l'étage à l'allumage, et  $m_f$  sa masse à l'extinction.



Étape de calcul	Formule	Masse (t)	Vitesse (m/s)
1 Masse à l'allumage du premier étage	$m_{i1} = m_t$	134+x	463,2
2 Masse à l'extinction du premier étage	$m_{f1} = m_{i1} - m_{e1}$	34 +x	
3 Incrément de vitesse du premier étage	$dv_1 = v_e \ln(m_{i1}/m_{f1})$		?
4 Masse à l'allumage du second étage	$m_{i2} = m_{f1} - m_{v1}$	24+x	
5 Masse à l'extinction du second étage	$m_{f2} = m_{i2} - m_{e2}$	4 +x	
6 Incrément de vitesse du deuxième étage	$dv_2 = v_e \ln(m_{i2}/m_{f2})$		?
7 Vitesse finale	$dv = dv_1 + dv_2$		12653

L'équation à résoudre est :

$$\Delta v = 4000 * (\ln(134/34) + \ln(24/4)) = 463 + 4000 * (\ln(134+x/34+x) + \ln(24+x/4+x)) = 12653. [3]$$

La résolution algébrique n'est pas simple, recherchons une solution graphique approchée.

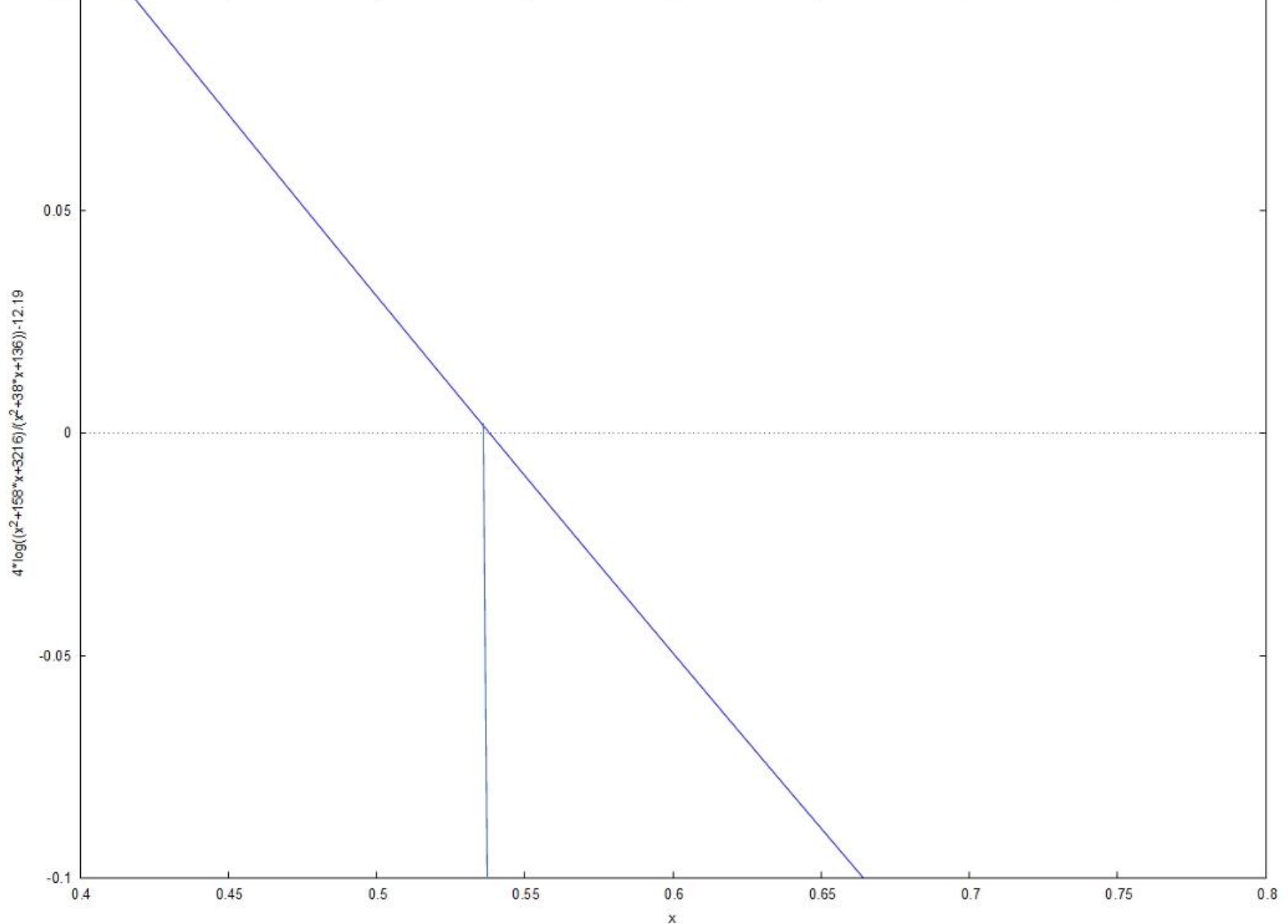
Considérons la courbe :

$$y = 463 + 4000 * (\ln(134+x/34+x) + \ln(24+x/4+x))$$

et traçons :

$$z = y - 12653 = 463 + 4000 * (\ln(134+x/34+x) + \ln(24+x/4+x)).$$

Sa valeur pour  $z = 0$  donne la valeur de  $x$  correspondante à la solution cherchée.



Courbe : :  $y - 12653 = 463 + 4000 * (\ln(134 + x/34 + x) + \ln(24 + x/4 + x)) = 0$

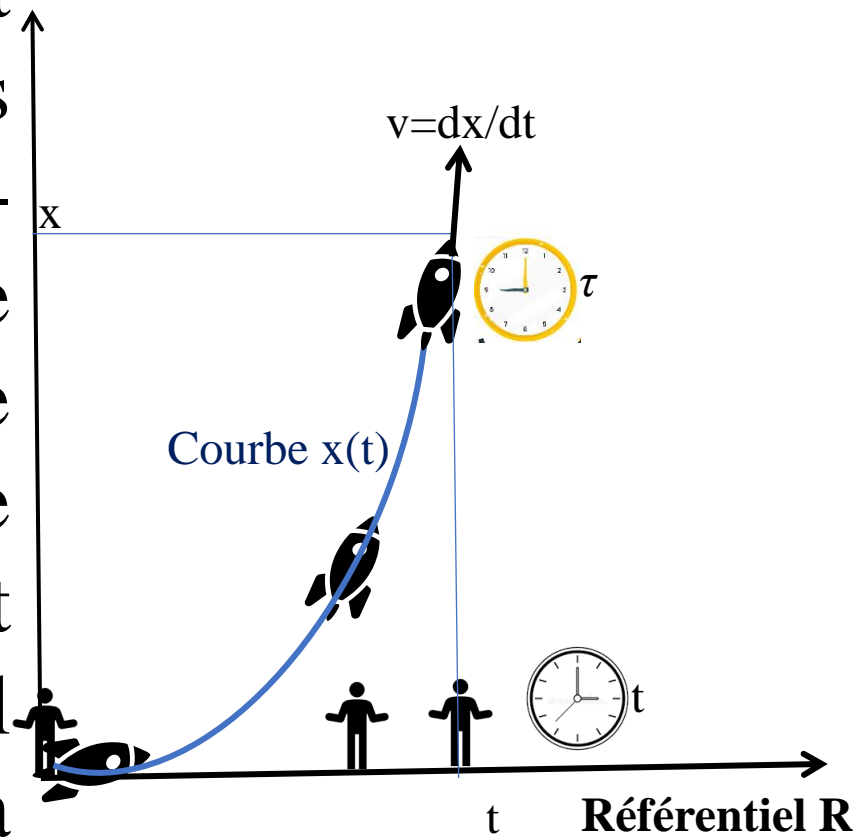
La courbe donne une valeur de 0,54T environ pour x.

Étape de calcul	Formule	Masse (t)	Vitesse (m/s)
1 Masse à l'allumage du premier étage	$m_{i1} = m_t$	134.54	463,2
2 Masse à l'extinction du premier étage	$m_{f1} = m_{i1} - m_{e1}$	34.54	
3 Incrément de vitesse du premier étage	$dv_1 = v_e \ln(m_{i1}/m_{f1})$		5439
4 Masse à l'allumage du second étage	$m_{i2} = m_{f1} - m_{v1}$	24.54	
5 Masse à l'extinction du second étage	$m_{f2} = m_{i2} - m_{e2}$	4.54	
6 Incrément de vitesse du deuxième étage	$dv_2 = v_e \ln(m_{i2}/m_{f2})$		6750
7 Vitesse finale	$dv = dv_1 + dv_2$		12652.3

En remplaçant x par sa valeur dans le tableau précédent, on obtient bien la vitesse finale escomptée. On voit qu'on bénéficie d'une charge utile supplémentaire de 0,54T par rapport à 2T soit 27% de plus, grâce à la rotation de la Terre.

# EQUATION DE TSIOLKOVSKI RELATIVISTE

En relativité il n'y a pas de temps et d'espace absolus, cela dépend des observateurs. Dans le référentiel comobile de la fusée, le paramètre dynamique est le **temps propre** de l'astronaute, mesuré par sa montre et la **variation de vitesse**, est donnée par un dispositif inertiel intégrant l'accélération sur la trajectoire (navigation inertielle).



Au sol, le temps propre du terrien, donné par sa montre, est  $t$  et l'espace  $x$  résulte du balisage établi de son référentiel  $R$ . La vitesse de la fusée, tangente à la courbe  $x(t)$  de sa trajectoire vaut  $v = dx/dt$  pour le terrien, au sol.

# EQUATION DE TSIOLKOVSKI RELATIVISTE

Pour un mouvement accéléré, la relation générale entre ces paramètres est donnée par une relation du type :

$$t = a^{-1} \sinh(a.\tau) , x = a^{-1} \cosh(a.\tau) \quad (1)$$

où  $t$ ,  $x$  sont les coordonnées du référentiel de départ  $\mathbf{R}$  de la fusée,  $a$  l'accélération propre et  $\tau$  le temps propre de l'observateur dans la fusée.

L'équation (1) est utilisée dans les coordonnées de Rindler où le paramètre d'accélération  $a$  est constant. Ici, l'accélération  $a(\tau)$  dépend du temps [4]. Ainsi, «  $a.\tau$  » vaut  $\int_{\tau_0}^{\tau_f} a(\tau) d\tau = V$  où  $V$  est la vitesse finale mesurée dans la fusée, en intégrant les données d'un accéléromètre embarqué, entre le début  $\tau_0$  de la propulsion et son arrêt  $\tau_f$ .

# EQUATION DE TSIOLKOVSKI RELATIVISTE

Considérons cette équation (1), à la fin de la propulsion.

La vitesse dans le référentiel  $\mathbf{R}$  vaut  $v = dx/dt$ : dérivons (1)

$dx = \sinh(a\tau)d\tau$ ,  $dt = \cosh(a\tau)d\tau$  : ceci donne

$$v = dx/dt = \tanh(a\tau) \quad (2.1) \quad \text{où} \quad a\tau = V = v_e \ln(m_i/m_f) \quad (2.2)$$

$V$  est la vitesse acquise dans le référentiel de la fusée, obtenu en intégrant l'accélération propre durant le temps propre  $\tau$  de propulsion (principe de la navigation inertielle).

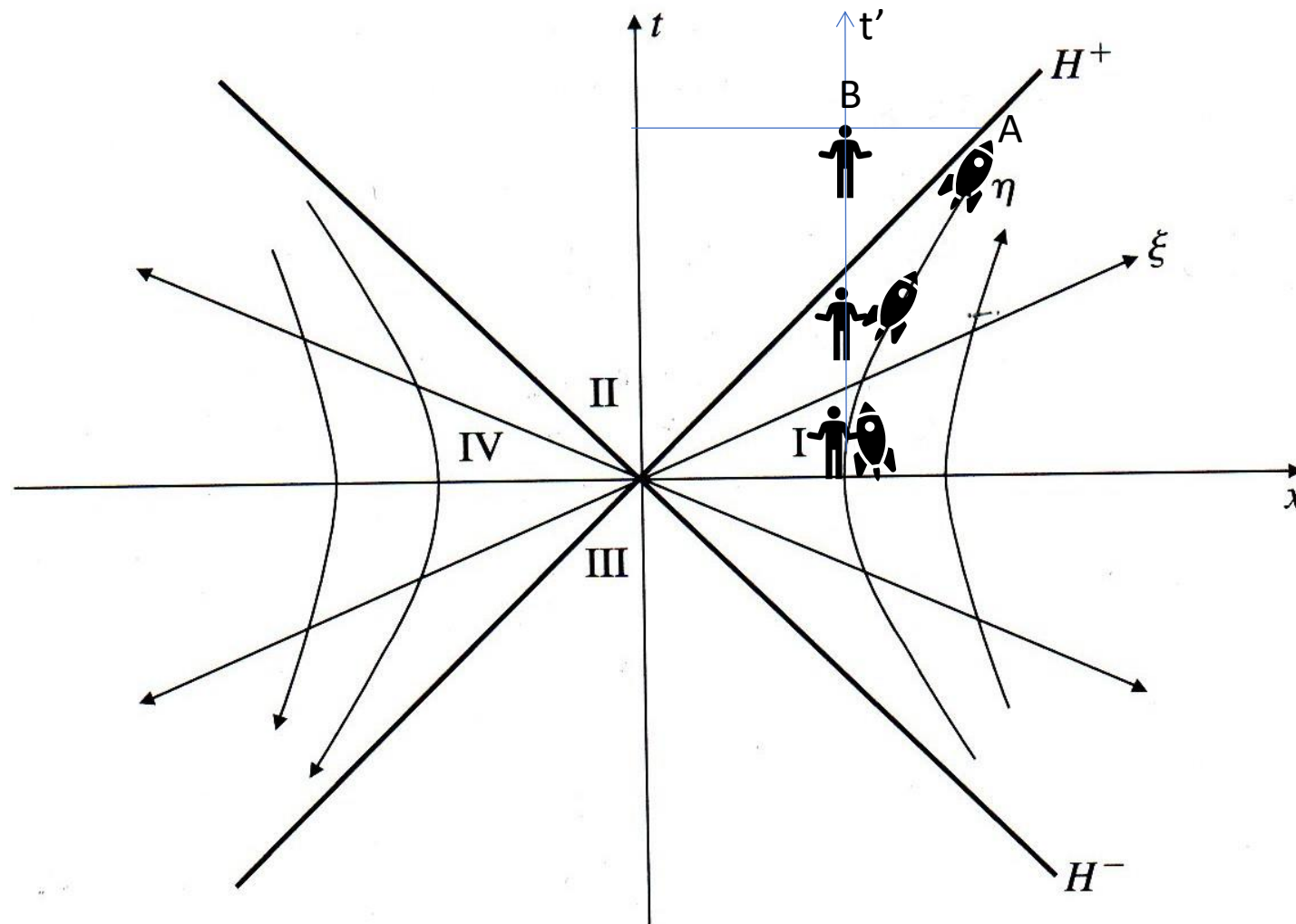
En reportant (2.2) dans (2.1), la vitesse dans  $\mathbf{R}$  vaut:

$$v = \tanh(v_e \ln(m_i/m_f)) \quad (3)$$

Si  $v \ll c$ , on obtient  $v/c \approx (v_e/c) \ln(m_i/m_f)$ , c'est équation de Tsiolkovski classique.

# HORIZON EN RELATIVITÉ

Utilisons les coordonnées de Rindler, bien adaptées à ce type de phénoménologie.

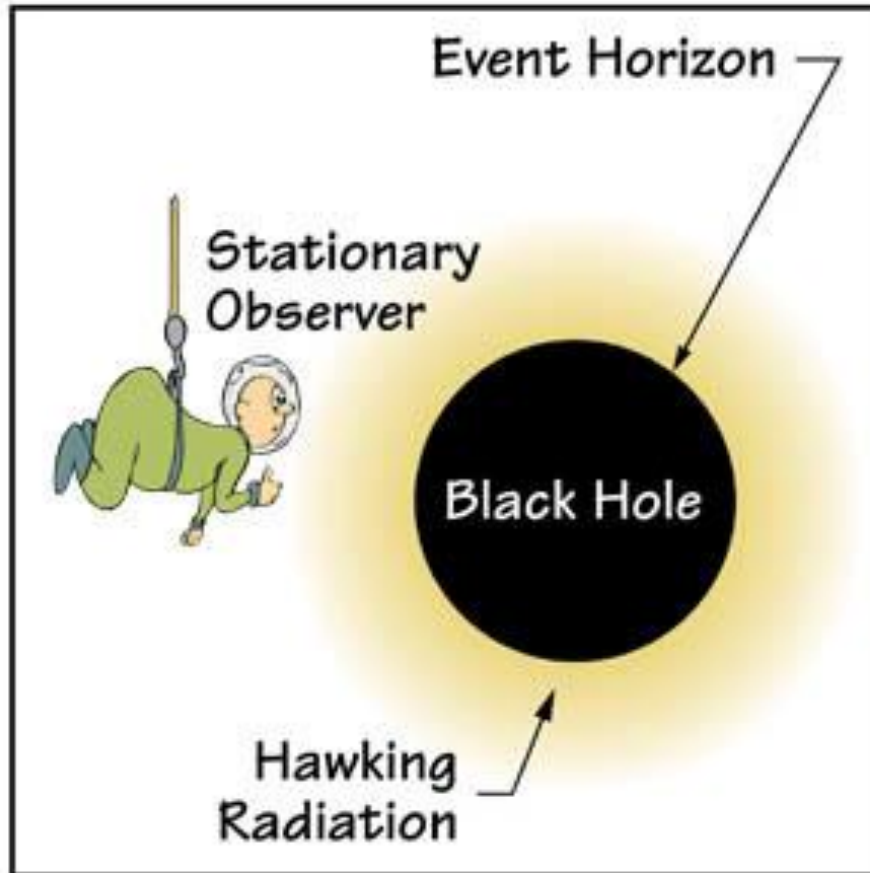


Lorsque la fusée est en A, elle est au-delà de l'horizon pour l'observateur B resté immobile dans le référentiel de départ.

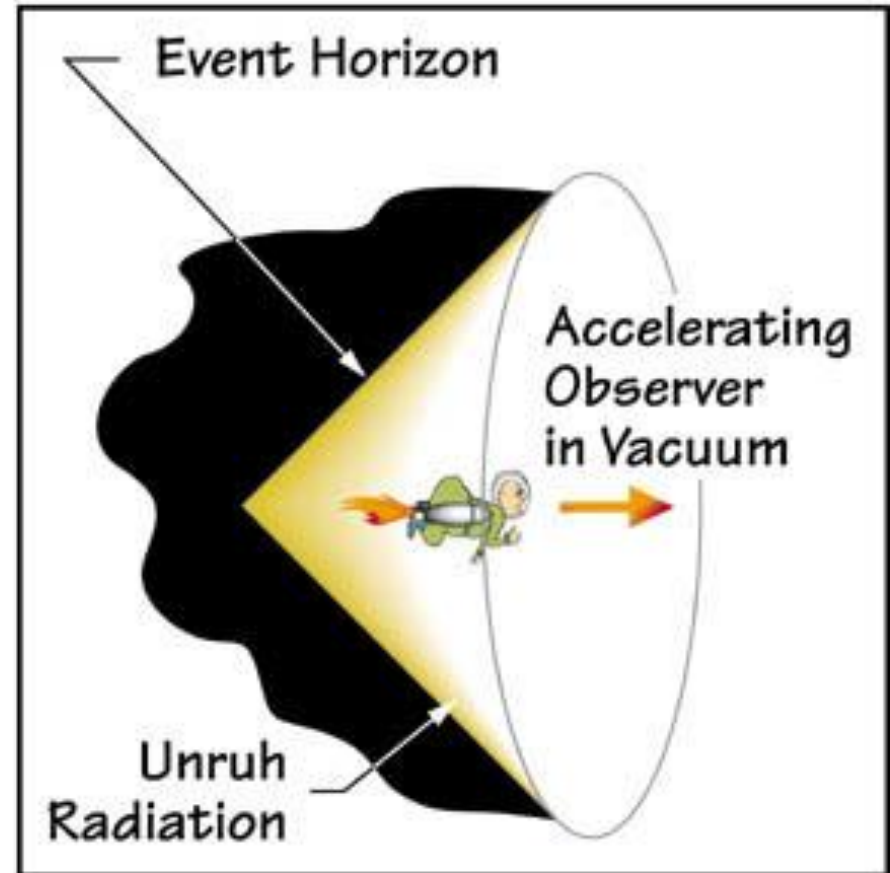


# HORIZON TROU NOIR VS EFFET UNRUH

## EVENT HORIZONS: From Black Holes to Acceleration



A stationary observer outside the black hole would see the thermal Hawking radiation.



An accelerating observer in vacuum would see a similar Hawking-like radiation called Unruh radiation.

# NOTES

1- Le cas de combustion  $H^2 + O^2$  donnerait 4300m/s.

2- La rotation de la Terre s'effectue en 23H 56mn 4s environ, 24 H c'est la durée du jour qui tient compte du mouvement de la Terre autour du Soleil! (1/365) ! Circonférence à l'équateur 40075 kms.

3- Notons que comme  $\ln(a*b) = \ln(a) + \ln(b)$ , ce qui implique que  $\ln(a/b) = \ln(a) - \ln(b)$ ; on peut regrouper et écrire l'équation:  $\ln[(134+x)(24+x)/(34+x)(4+x)]$ .

4- L'équation (1) est valide « localement ». Nous n'avons même pas à calculer l'intégrale,  $\int_{\tau_0}^{\tau_f} \mathbf{a}(\tau) d\tau = \mathbf{V}$ , car nous savons que le résultat est celui de l'équation de Tsiolkovski classique, elle-même, établie dans le référentiel co-mobile de la fusée.

Autre démonstration, chapitre « Special relativity » sur le lien:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Tsiolkovsky\\_rocket\\_equation](https://en.wikipedia.org/wiki/Tsiolkovsky_rocket_equation)



# CENTRE SPATIAL GUYANAIS



# CARACTÉRISTIQUES ET SITUATION

Site de 700 km<sup>2</sup>, en fait 10% utilisé par les installations (70km<sup>2</sup>), le reste en savane peuplé d'animaux sauvages dont 27 jaguars recensés. Projet de safari photo en savane.

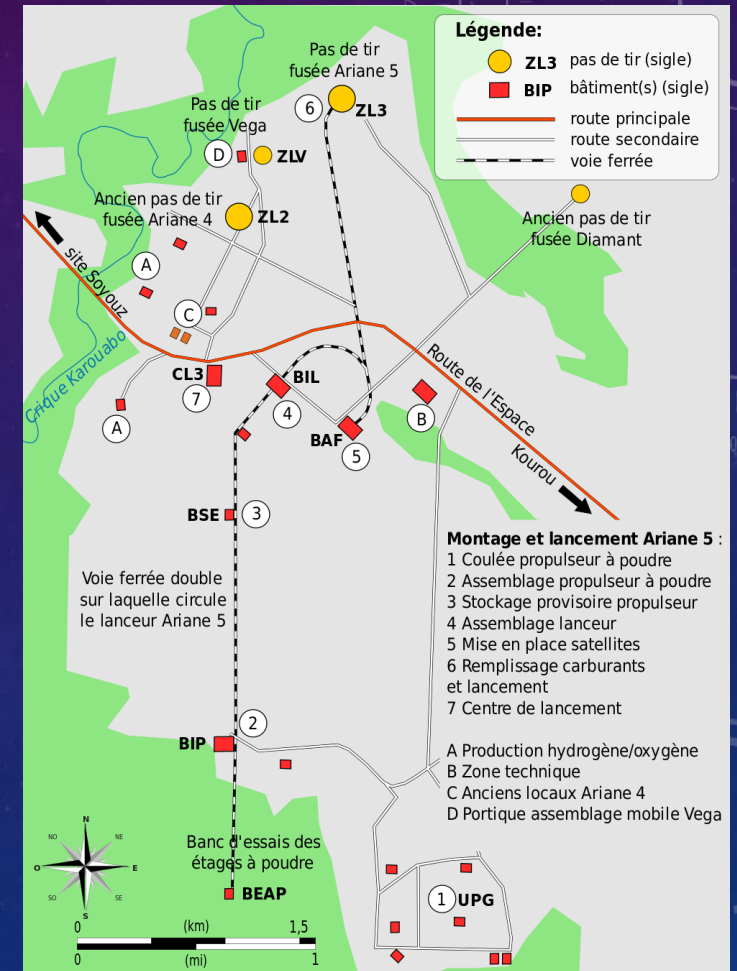
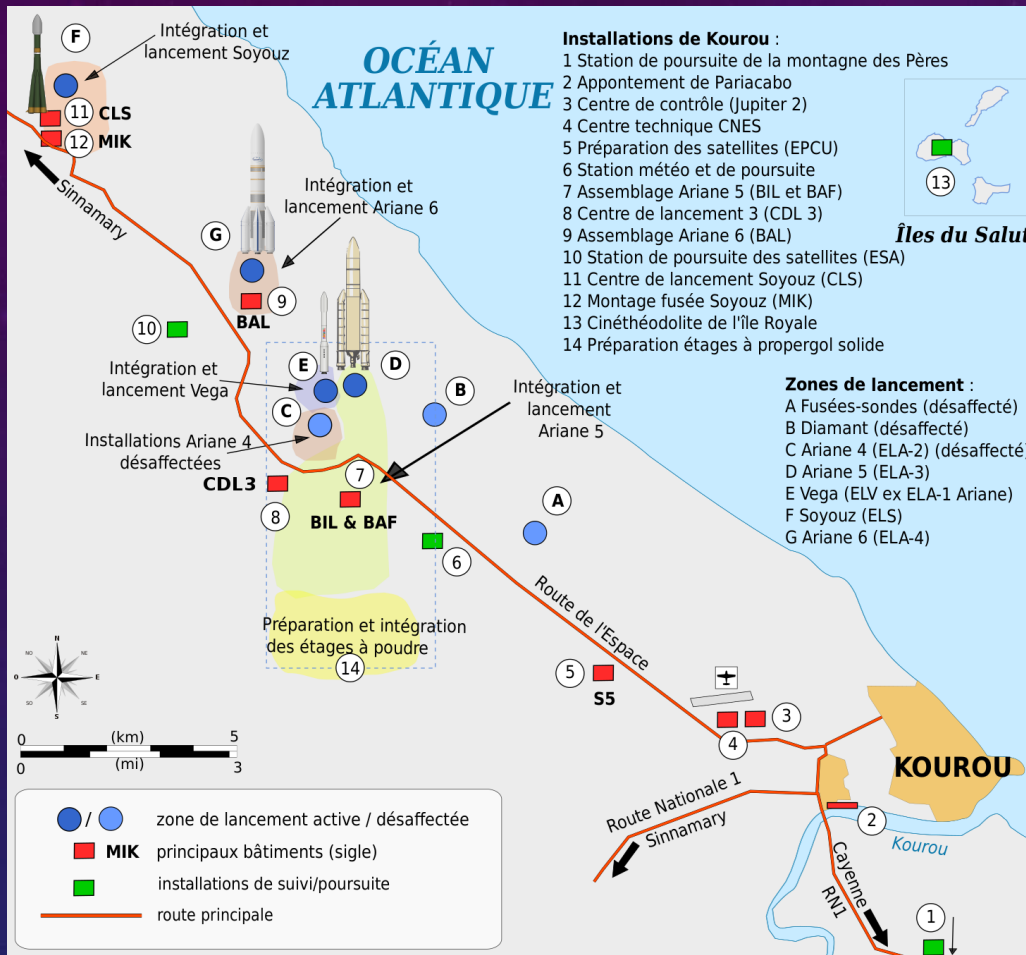
Espacement des aires de lancement (une pour chaque type de fusée) pour éviter catastrophe majeure en cas d'accident. Rôle d'amortisseur de bruit, de l'arrosage.

Sécurité assurée par un détachement de pompiers de Paris (militaires). Protection du personnel proche des aires de lancement par bunker.

# VUE GÉNÉRALE DES INSTALLATIONS



# Plan des installations



Pour les sigles voir: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Centre\\_spatial\\_guyanais](https://fr.wikipedia.org/wiki/Centre_spatial_guyanais)

## LE FLEUVE KOUROU (UTILISÉ PAR LE JWT)



Autre embarcadère,  
plus modeste (pour  
pirogues) à 20km de la  
mer : donne une idée  
de la largeur du fleuve



# LES FUSÉES ACTUELLES ET RÉCENTES

## ARIANE 6

L'essentiel de la poussée au décollage d'Ariane 6 sera fourni par 2 boosters pour l'A62 et 4 boosters pour l'A64.

Ils contiendront 142 tonnes de propergols solides générant une poussée au décollage de 350 tonnes durant une durée de 130 secondes.

## Vulcain 2.1

Le moteur Vulcain 2.1 mesure 3,7 mètres de haut, 2,5 mètres de large et pèse 1 650 kg. Alimenté en ergols  $H_2$ ,  $O_2$ , il délivre une poussée au décollage de 135 tonnes et participe à propulser Ariane 6 dans les 10 premières minutes de vol jusqu'à une altitude d'environ 160 km. Puissance thermique 5 Gw (  $1kg H_2 \rightarrow 120 Mj$  vs  $45 Mj$  kérosène).



POIDS	210 T	750 (620 ergols) T	530 T	860 T
Payload:	(3,3, 2,3)	(bas, héliosy, géo)	(10,3, 6,4, 5)	(21,6, 14,9, 1,5)

## AIRE DE LANCEMENT D'ARIANE 5



En arrière plan à droite plateforme de lancement d'Ariane 5 (désaffectée). On voit, de part et d'autre, les rails de la plate forme qui transportait (très lentement) la fusée Ariane, assemblée verticalement, debout, de son hangar d'assemblage au site de lancement.

Il y a une aire de lancement pour chaque type de fusée. A noter que les russes (Souyouz) assemblent et transportent la fusée horizontalement. Ceci est adopté pour Ariane 6.



ARIANE 5



VEGA

## ARIANE 6 : SUCCÈS D'UN ESSAI CRUCIAL AVANT LE PREMIER VOL



Le 23/11/23: "L'essai à feu de longue durée du lanceur Ariane 6 sur son pas de tir au Centre Spatial Guyanais s'est déroulé avec succès", a déclaré ArianeGroup, le constructeur d'Ariane 6, dans un communiqué à l'issue du test.

L'allumage du moteur Vulcain 2.1, qui a duré environ huit minutes, "a permis de valider l'intégralité de la phase de vol de l'étage principal d'Ariane 6 en simulant une chronologie complète de lancement", selon ArianeGroup.

## CARACTÉRISTIQUES ET SITUATION

Problème surveillance d'un site aussi vaste (armée-légion, marine, aviation) en particulier en période de lancement.

Kourou  $5^{\circ}$  de latitude nord (99,5% de vitesse de rotation à l'équateur).

Exemple: pour satellite situé plan équatorial Souyouz tiré de Baïkonour 2,6 T, le même à Kourou 3, 2T

Personnel: 1600: (0,5% de population en Guyane qui génèrent 17% du « PIB » de la Guyane.

Depuis février 2022, les russes (200 avec les familles) sont partis. Tout est sous scellés. Plus de lancement. Important stock de pièces détachées sur place .

# LES FUSÉES SOUYOUZ 2011- 02/2022



Avant les fusées Véga, l'ESA ne disposait pas de lanceur légers. Elle a conclu un accord avec la Russie qui a construit une aire de lancement (identique à celle de Baïkonour, voir ci-contre), fournissait et assemblait sur place les fusées Soyuz. Elle a opéré conjointement avec l'ESA les lancements.

# DERNIER LANCEMENT SOYOUZ EN GUYANE



• 10 février 2022 à 16h13

Le lanceur Soyouz a décollé, comme prévu, ce 10 février, à 15h09 depuis Sinnamary. Pour cette première mission de l'année, 34 satellites de la constellation OneWeb doivent être placés sur orbite. La durée de la mission est très longue, 3h33. C'est seulement à son terme que la mission sera considérée comme un succès ou un échec.



# CONTRÔLE LANCEMENT

A chaque aire de lancement est associé un poste de tir dont l'action se résume au décompte, au « Go » ou éventuellement au « Stop ». Toutes les opérations de mesure des paramètres se font dans centre unique, le PC Jupiter ci-contre.



## OPÉRATEURS PRÉSENTS SUR LE SITE

Le CNES (état) est propriétaire des 700km<sup>2</sup> du site ainsi que de celui des îles du Salut (ancien bagne) qui est sur la trajectoire (équipements de télémessures). Evacué quand lancement.

Le **Centre national d'études spatiales (CNES)** est un établissement public à caractère industriel et commercial, (EPIC), chargé d'élaborer et de proposer au gouvernement français le programme spatial, puis de le mettre en œuvre. Le CNES dispose d'un budget de 2,78 milliards d'euros en 2020, ce qui reste le plus important en Europe (~41 euros par habitant, deuxième au monde). Il inclut la part reversée à ESA, dont le CNES est le plus gros contributeur.

# LES ILES DU SALUT- VUE GÉNÉRALE



Ile du diable,  
vue de l'île  
royale (la plus  
grande).

# EQUIPEMENTS DU CNES SUR LES ILES DU SALUT



Ici c'est l'île royale , on voit des équipements de transmission et de télémesures ainsi qu'un hélicoptère. A noter que lors d'un lancement les îles du Salut sont évacuées car sous la trajectoire

## OPÉRATEURS PRÉSENTS SUR LE SITE

L'ESA a pour mission d'élaborer le programme spatial européen et de le mener à bien.

- L'ESA (Europe- membres ci-dessous) est propriétaire d'installations (plateformes de lancement au CSG) et finance de nombreux projets.
- Allemagne, Autriche, Belgique, Danemark, Espagne, Estonie, Finlande, France, Grèce, Hongrie, Irlande, Italie, Luxembourg, Norvège, Pays-Bas, Pologne, Portugal, Roumanie, Royaume-Uni, Suède, République Tchèque et Suisse.

# OPÉRATEURS PRÉSENTS SUR LE SITE

**ArianeGroup**, anciennement *Airbus Safran Launchers* (ASL), est une coentreprise (joint-venture) créée en 2015 et détenue à parts égales par Airbus et Safran pour notamment développer les lanceurs Ariane 6.

La société est chargée du développement, de l'intégration et de l'industrialisation des lanceurs. Rude tâche pour faire face à Space X!

Elle a plusieurs filiales dont Arianespace qui est chargée de la commercialisation.

# OPÉRATEURS PRÉSENTS SUR LE SITE

D'autres industriels sont présents sur le site

- Air liquide (oxygène et hydrogène liquide)

- Safran pour les moteurs et les propergols solides.

Etc .....

Pour plus d'informations

<https://centrespatialguyanais.cnes.fr/fr/>

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Centre\\_spatial\\_guyanais](https://fr.wikipedia.org/wiki/Centre_spatial_guyanais)

Video – Ariane- sur demande