

Introduction

- Les théories modernes (Relativité Générale, Théorie quantique des champs, Supercordes,..) s'expriment dans un formalisme qui les met souvent hors de portée des non spécialistes.
- Pourtant elles sont construites sur le modèle d'une axiomatique mathématique, ce qui fait que leur contenu « informatif » ne fait que refléter celui de ses axiomes: «Principes» en physique.

Introduction

- Si dans certains cas, les principes sont abstraits (théories de jauge, ..), dans d'autres cas (Relativité Générale) ces principes « **phénoménologiques** » sont très faciles à comprendre.
- Ce qui est alors extraordinaire, c'est que des principes aussi simples puissent prédire des effets aussi inattendus et donner naissance à des théories d'une telle complexité.

Introduction

- D'autres principes interviennent, eux, de façon « transversale ».
- C'est le cas du principe « très simple » de Mach dont nous allons explorer la puissance heuristique à travers un certain nombre de théories qu'il a inspiré, sans pour autant être un de leur axiomes.

Le concept d'espace

- Deux conceptions de l'espace depuis Descartes.
- 1- L'espace est une structure absolue physique avec ses propriétés intrinsèques (Descartes, Newton, théorie de l'éther).
- 2- Les propriétés géométriques et inertielles de l'espace n'ont aucun sens dans un espace vide, car les propriétés physiques tirent leur origine de la matière qui y est contenue, et que le seul mouvement d'une particule qui ait un sens est celui par rapport à la matière de l'Univers (Berkeley, Mach).

Le concept d'espace

- La description du «contenu» de l'Univers est une science mais la Cosmologie se rapporte au «contenant»: l'Univers.
- La Cosmologie traite de la nature de l'espace et du temps.
- Avec la première conception, cela relève de la métaphysique, mais si, comme Mach le prétend, l'espace (et le temps) «le contenant» dépend du contenu (la matière), sur lequel on peut faire des expériences, des mesures, alors la Cosmologie devient une science.

Le concept d'espace

- C'est l'approche d'Einstein, avec la Relativité générale, mais nous verrons les obstacles qu'il a rencontré, et les nouvelles approches .

Le principe de Mach



- Dans sa « *Science of Mechanics* », E. Mach (1912), réfuta l'idée d'espace absolu de Newton, qui affirme que les référentiels inertiels sont ceux qui ne sont pas accélérés par rapport à l'espace [absolu] lui même.
- Mach pensait que cette référence à l'espace lui même n'avait pas de sens physique, et il argumenta que les référentiels inertiels étaient ceux qui n'étaient pas en accélération par rapport à la position moyenne de toutes les masses de l'Univers.

Le principe de Mach



- Ceci implique que dans une théorie physique correcte [selon Mach], un objet seul dans un Univers parfaitement vide n'est l'objet d'aucune force inertielle et ne peut pas (par exemple) être en rotation, et qu'en l'absence de matière, l'espace ne devrait avoir aucune structure inertielle.

Le principe de Mach



- Remarquons, que selon les idées de Mach , les forces inertielles que l'on observe localement dans un laboratoire accéléré peuvent être interprétées comme étant la conséquence de l'effet gravitationnel dû à la matière distante relativement accélérée par rapport au laboratoire.

Principes de la Relativité Générale.

(A Einstein: Annalen der physik 1918)

- La théorie, est fondée sur 3 points, non indépendants..
- a) **Principe de relativité:** les lois s'expriment sous forme d'équations « covariantes ».
- b) **Principe d'équivalence:** L'inertie et la pesanteur sont de même nature. De ce principe et des résultats de la théorie de la Relativité restreinte, il découle naturellement que le «tenseur fondamental», $g_{\mu\nu}$, détermine les propriétés métriques de l'espace, le comportement inertiel des corps dans cet espace, ainsi que les effets de la gravitation. Nous appellerons « champ G » l'état de l'espace décrit par le tenseur fondamental.

Position de principe sur la Relativité Générale. (A Einstein: Annalen der Physik 1918)

- c) **Principe de Mach:** Le champ G est complètement déterminé par les masses des corps.
- Le principe a) est relatif à forme mathématique.
- Le principe b) est fondamental pour la théorie. Il a incité à poser le principe a) dont la nécessité est contestée: voir débat Einstein- Kretschmann).
- Il en va autrement du « principe de Mach », c).
- L'idée qu'il soit nécessaire n'est absolument pas partagée par tous les spécialistes, cependant, Einstein est convaincu qu'il est absolument nécessaire que ce principe soit satisfait.

Le principe de Mach selon Einstein

- Quand il conçut la théorie de la Relativité Générale (RG) [et la Cosmologie associée], Einstein espérait créer une théorie conforme au principe de Mach, qui stipule que la structure inertielle de l'Univers est complètement déterminée par la distribution de matière.

Le principe de Mach selon Einstein

- Dans une lettre à Schwarzschild, il écrit:
- «L'inertie dans ma théorie, c'est juste en fin de compte, une interaction entre les masses, non pas une action, où en plus des masses en question, l'espace, en tant que tel intervient.
- La caractéristique essentielle de ma théorie, c'est précisément qu'aucune propriété ne soit attribué à l'espace en tant que tel».
- [Dans un Univers homogène, l'action des masses distantes est prépondérante ! ...]

Le principe de Mach selon Einstein

- Quand on étudia les solutions de l'équation d'Einstein, De Sitter montra en particulier que la théorie n'était pas entièrement conforme au principe de Mach, car elle autorisait des solutions possédant une structure inertielle sans contenu matériel.
- Alors Einstein déclara: On ne devrait plus du tout parler du principe de Mach!
- A noter que Mach n'a jamais crû à la RG, qu'il trouvait inutilement « compliquée » !

Covariance en RG: L'interprétation moderne

- « L'interprétation traditionnelle de la RG assimile la gravitation à la géométrie. La covariance permet une autre interprétation, qui récuse la réalité de la géométrie.
- Seules sont considérées comme réelles les valeurs des champs physiques (en particulier le tenseur de courbure qui représente la gravitation).
- Je donne les coordonnées (position et date) d'un événement: je crois repérer cet événement dans l'espace temps, mais je ne repère que les valeurs de tous les champs physiques attachés à ce point [invariance par difféomorphisme = théorie de jauge].

Covariance en RG: L'interprétation moderne

- Conformément aux idées de Mach, l'espace-temps ne servirait que d'intermédiaire: une référence commode mais non essentielle pour repérer les valeurs des champs, véritables grandeurs physiques possédant une existence réelle. De ce point de vue la RG interdit toute localisation dans l'espace dans l'espace-temps, et à fortiori dans l'espace ou dans le temps: Toute localisation ne peut être que relationnelle, c'est à dire ne s'exprimer que par rapport à d'autres événements, mais non par rapport à une structure géométrique existante ».

Extrait de: M.Lachièze Rey « Au delà de l'espace et du temps »

Peut-on définir une inertie de l'univers ?

- En relativité générale l'univers est un système réputé "isolé". Il est le "tout", ce que sa description mathématique par une variété atteste.
- Il n'a aucun besoin de faire référence à autre chose que lui-même pour exister et être totalement décrit. Dans ces conditions définir une inertie semble impossible.

Peut-on définir une inertie de l'univers ?

- Comme une action « externe » n'est pas concevable, (il est le « tout ») l'inertie de l'espace-temps relativiste sera sa résistance propre à un changement de sa configuration (interne) gravitationnelle «stable », puisque définie par le principe de moindre action ; s'il n'y avait eu que la gravitation il n'y aurait pas eu de raison de sortir de cet état!

Peut-on définir une inertie de l'univers ?

- Mais, c'est oublier que la relativité générale ne traite que de la gravitation et que dans l'univers d'autres interactions existent qui peuvent avoir une interaction avec les masses et l'énergie régissant la structure de l'univers.

Peut-on définir une inertie de l'univers ?

- Donc, si, pour une raison étrangère à la gravitation, localement, un corps s'écarte de la géodésique définie par la solution de l'équation d'Einstein, cela va être un bouleversement.
- En effet cela ne se traduira pas seulement par un changement local car, conformément à l'équation Einstein qui définit un univers global, avec ces nouvelles données, c'est toute la géométrie de l'univers entier qui est modifiée, même si cette modification est infinitésimale !

Peut-on définir une inertie de l'univers ?

- Ce n'est pas instantané, des ondes gravitationnelles seront émises en réaction inertielle à cette perturbation (de même qu'une charge électrique accélérée rayonne par réaction) et le nouvel état de l'univers ne sera achevé que lorsque les ondes gravitationnelles auront atteint la limite de l'univers, ces limites dépendant de la taille mais aussi de la géométrie de l'univers.

Peut-on définir une inertie de l'univers ?

- Les ondes gravitationnelles se propagent dans cet espace-temps comme une réaction inertielle à cette perturbation. Les paramètres physiques, notamment le facteur c^4/G (énorme), associé à la rigidité de l'univers, va déterminer l'amplitude de la déformation transitoire de l'espace-temps jusqu'à ce qu'un nouvel état d'équilibre soit atteint, de cette propagation caractériseront les propriétés inertielle de l'univers entier.

Peut-on définir une inertie de l'univers ?

- Cela peut prendre un temps infini. Une nouvelle solution stable, correspondant à une configuration modifiée des paramètres, émergera de cette solution précédente perturbée et ainsi de suite. De cette façon, nous voyons que nous pouvons définir la masse inertielle de l'univers : l'inertie de l'univers tout entier émerge de cette phénoménologie.

Peut-on définir une inertie de l'univers ?

- La rigidité énorme montre à quel point le point de stabilité est stable, car c'est tout l'univers qui est concerné. Ce facteur c^4/G est issu de l'équation d'Einstein et se retrouve dans la « force de Planck », et les ondes gravitationnelles qui apparaît comme une limite supérieure d'interaction gravitationnelle avant « rupture » en trous noirs.

Champ de Higgs et principe de Mach

- En physique moderne, la masse d'inertie est supposée provenir du couplage avec le champ de Higgs, qui remplit l'espace. Notons que cette inertie, celle d'une particule par exemple, est localement définie par rapport à un référentiel extérieur, celui rempli par le champ de Higgs, où elle résiste à une accélération qu'on lui fait subir qui provoque un changement de vitesse.

Champ de Higgs et principe de Mach

- Curieusement au dix-neuvième siècle E. Mach, sur des considérations philosophiques et mécaniques pour expliquer l'équivalence de la masse pesante et de la masse inerte, attribuait l'inertie des corps à l'interaction gravitationnelle entre toutes les masses de l'univers. L'inertie étant conférée par la gravitation il était alors naturel que la masse inerte soit égale à la masse gravitationnelle passive (masse pesante). Dans cette description c'est tout l'univers, dont c'est une propriété interne, qui est concernée.

Champ de Higgs et principe de Mach

- C'est clairement la même idée que celle que nous avons présentée comme l'inertie de l'espace-temps au chapitre précédent. Par contre, même s'il y a des points communs avec le couplage avec le champ de Higgs, qui remplit tout l'univers, la similitude de concept est moins évidente, sauf à supposer que ce champ de Higgs est généré par l'ensemble des masses de l'univers, ce qui ne semble pas être l'option retenue aujourd'hui.

Champ de Higgs et principe de Mach

- La description de Mach, si elle est conforme à l'inertie de l'univers telle que la relativité générale la décrit, un univers "à l'équilibre", car satisfaisant au principe de moindre action où une perturbation locale entraîne une réaction inertielle globale avec rayonnement en réaction, à part ce caractère de globalité, semble être très différente de la phénoménologie associée au boson de Higgs.

Champ de Higgs et principe de Mach

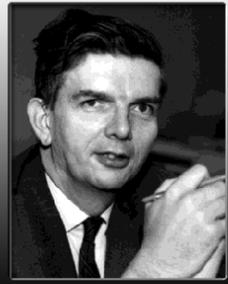
- Ce couplage avec ces autres interactions est décrit en général au niveau d'espaces locaux, qu'on qualifie "d'internes", en chaque point de l'espace-temps relativiste. Ces espaces internes qui sont donc en contact local avec l'espace relativiste peuvent interagir avec lui. Dans ces espaces internes, les lois des interactions autres que la gravitation et leurs couplages avec l'espace-temps relativiste sont décrites.



Le principe de Mach et une théorie relativiste de la gravitation

C. Brans et R.H Dicke (Physical review)1961

- C.Brans et R.H Dicke, pour palier au fait qu'il existerait des solution sans matière-énergie en RG, ont proposé une théorie relativiste de la gravitation [généralisation de la RG, en s'attachant à être conforme au principe de Mach], concurrente de la RG.
- La théorie de Brans et Dicke (BD) décrit la gravitation par des équations scalo- tensorielles [ce qui fait qu'elle n'est plus décrite de manière entièrement géométrique].



Le principe de Mach et une théorie relativiste de la gravitation

C. Brans et R.H Dicke (Physical review)1961

- Cette théorie inclut une constante gravitationnelle qui est différente en chaque point de l'espace temps qui dépend de la distribution des masses par rapport à ce point.
- Notons que ceci est un choix arbitraire («c» et «m» sont supposés constants).

Théorie de Brans et Dicke (Résumé)

- La compatibilité du principe de Mach avec la Relativité générale est discutée. Une théorie relativiste modifiée de la gravitation, «compatible» avec le principe de Mach est proposée .
- La constante gravitationnelle «G» varie dans l'espace et dans le temps dans un univers dynamique puisqu'elle dépend de la répartition des masses: En vertu de l'étude de Sciama et d'arguments dimensionnels, il apparaît que si on suppose valide le principe de Mach, la constante de gravitation est liée à la distribution de masse dans un univers uniforme en expansion par: $GM/Rc^2 \approx 1$ (*G varie en raison inverse de M, Φ*)

Théorie de Brans et Dicke (Résumé)

- Avec M : Masse de l'univers observable (en relation causale) et R le rayon de la limite de cet Univers observable [horizon]
- Seul, le principe d'équivalence faible reste respecté.
- L'équation de la RG résulte de l'application du principe de moindre action sur l'action construite à partir des Lagrangiens associés aux champs de gravitation (scalaire de Ricci), et de matière, la théorie BD ajoute celui d'un champ scalaire :
Généralisation de la RG.

Théorie de Brans et Dicke

- $\delta \int [R + (16\pi G/c^4)L](-g)^{1/2} \cdot d^4x = 0 \quad (5)$
- Où R est le scalaire de Ricci et L la densité de Lagrangien de tous les champs de matière/énergie: si Λ alors $R \rightarrow (R-2\Lambda)$.
- Pour généraliser (5) nous commençons par la diviser par G , et une densité de Lagrangien **d'un champ scalaire Φ est ajoutée** entre crochets. G est supposé être une fonction de Φ . Rappelons nous la discussion que nous avons eu au sujet de l'équation (4), il est raisonnable de supposer que G^{-1} varie comme Φ , alors une équation d'onde simple pour Φ , avec une densité scalaire de matière comme source, donnera une équation sensiblement de type identique à (4).

Théorie de Brans et Dicke

- La généralisation de l'équation (5) que nous cherchons est:
- $$\delta \int [\Phi \cdot R + (16\pi/c^4)L - \omega (\Phi_{,i} \Phi^{,i})/\Phi](-g)^{1/2} \cdot d^4x = 0$$
- Ici Φ joue un rôle analogue à G^{-1} et a les dimensions $ML^{-3}T^2$. Le troisième terme est la densité de Lagrangien classique d'un champ scalaire, et le scalaire au dénominateur a été introduit pour faire de ω une constante de « couplage » sans dimension.

Théorie de Brans et Dicke

- Sur cette base on déduit les équations du champ, différentes de celles de la RG mais qui convergent quand ω est grand
- Brans et Dicke notèrent l'incompatibilité avec le principe d'équivalence fort, (mais reste compatible avec le principe d'équivalence faible). Ceci vient du fait que le comportement physique dans un référentiel chute libre, en particulier la valeur de la constante gravitationnelle locale dépend du champ scalaire qui varie selon la position.

Théorie de Brans et Dicke

- La théorie BD est conforme au principe de Mach sur l'exemple de la solution de Schwarzschild à l'intérieur d'une coquille sphérique de rayon R et de masse M .
- Les solutions à l'intérieur d'une sphère en rotation deviennent également Machiennes. Avec une densité de matière uniforme à l'extérieur de la sphère, l'effet Lense-Thirring change si on fait diminuer la densité à l'extérieur de la sphère, de sorte que la précession des référentiels inertiels à l'intérieur se rapproche de la vitesse de rotation de la sphère lorsque la densité extérieure diminue.

Théorie de Brans et Dicke (Tests)

- 1- L'approximation « post Newtonienne »
- La théorie scallo-tensorielle prédit une valeur différente de celle de la RG pour la précession du périhélie des orbites des planètes. Le rapport entre les deux prédictions est déterminé par:
$$\text{Précession BD} = (4 + 3 \omega) / (6 + 3 \omega) \times \text{précession RG}$$
- Pour Mercure, c'est la RG qui présente le meilleur accord avec les observations, comme la précession du périhélie d'une planète dépend de l'aplatissement du Soleil, Dicke (1964), proposa de le mesurer. L'argument avait déjà été utilisé pour expliquer la précession de Mercure, avant la RG.

Théorie de Brans et Dicke (Tests)

- Alors qu'il faut un aplatissement important, pour expliquer la totalité de la précession, un aplatissement modeste de (5×10^{-5}) suffit à expliquer les 4 secondes d'arc de différence entre les deux théories. Comme la précession est la somme des effets, ceci aurait permis de valider la théorie BD (qui présente ce déficit pour une faible valeur de ω) au détriment de la RG (dont le résultat n'inclut pas cette correction) qui se trouverait de fait disqualifiée.

Théorie de Brans et Dicke (tests)

Mesurer un aplatissement aussi faible est difficile. Dicke, associé à H. Hill et M. Goldenberg, construisit un appareil de détection en 1964 pour mesurer visuellement l'aplatissement.

Une difficulté qui apparaît est de définir exactement le bord du soleil, pour cette expérience et aussi de mesurer un aplatissement aussi faible.

En 1967, Dicke et Goldenberg déclarèrent avoir décelé un aplatissement indiscutable du Soleil, et en calculant le moment quadripolaire associé, cela implique une précession complémentaire telle, sur l'orbite de Mercure, que la RG est donc désavouée (voir Richman, 1996).

Théorie de Brans et Dicke (tests)

Les tenants de la RG firent remarquer que la relation entre un aplatissement visuel et un "aplatissement" gravitationnel restait à établir.

- En 1974, Hill publia ses propres résultats qui n'avaient décelé aucun aplatissement du Soleil.
- En l'absence d'expérimentations concordantes sur ce point, on s'efforça de recourir à d'autres tests pour étudier la validité de la théorie BD.

Théorie de Brans et Dicke (l'hallali)

- Déviation différente des ondes électromagnétiques par la matière, la différence dépendant toujours du paramètre ω . Des mesures de déviation d'ondes radio, émis par des sources astronomiques, par le Soleil furent réalisés en 1976, et cela permit de fixer la limite basse de ω entre 15 et 35.
- Retards plus grands pour les ondes Radio déviées par le Soleil. En 1979, une série d'expériences dans le domaine Radio éleva la limite basse de ω à plus de 500 (Voir Richman, 1996). Cela semblait porter un coup fatal à la théorie sauf pour le cas quasi trivial de valeur de ω , très grand où la théorie converge vers la RG.

Théorie de Brans et Dicke (l'hallali)

- 2- La Cosmologie
- A part pour la phase inflationnaire (cf suite), la théorie de Brans et Dicke ne prédit pas des résultats très différents de ceux de la RG, même pour des ω faibles (pour $\omega = 6$, l'écart dans la courbe d'expansion d'un univers FLRW plat est inférieur à 2%.)
- 3- Pour couronner le tout, S.K. Chakraborty (1982) obtint apparemment une solution aux équations BD du champ pour un espace vide.

La théorie de Brans et Dicke: Le retour

- La théorie scalo-tensorielle filait un mauvais coton, mais après une décennie de traversée du désert, elle trouva un second souffle, en tant que partie intégrante de la théorie de l'inflation étendue.
- Les premières théories inflationnistes de Cosmologie, qui décrivaient une période d'expansion très rapide dans l'Univers primordial, suivie par une transition de phase arrêtant cette expansion, se heurtaient au problème de "l'issue".

La théorie de Brans et Dicke: Le retour

- Dans ces théories, il y avait une grande barrière énergétique entre le "faux vide" qui provoque et contrôle l'inflation et le vrai vide qu'on retrouve à la fin de l'inflation, après la transition de phase.
- Le problème est que les régions de vrai vide ne se forment pas assez rapidement et que l'inflation ne s'arrête jamais. La théorie de l'inflation étendue pût résoudre le problème de "l'issue" de l'inflation, en Cosmologie, en recourant à la théorie BD.

La théorie de Brans et Dicke: Le retour

- L'inflation étendue fut proposée par D. La et P.J. Steinhardt (1989).
- Ils considérèrent les développements de la théorie BD dans ses limites expérimentales connues ($\omega > 500$) pour le problème de l'issue.
- Pour une valeur aussi élevée de ω , le champ scalaire f varie très lentement dans un Univers dominé par la matière ou le rayonnement, mais, pendant l'ère inflationniste, quand la taille de l'Univers croît exponentiellement, Φ change rapidement même pour ω grand.

La théorie de Brans et Dicke: Le retour

- Ceci signifie que alors que la période d'inflation se poursuit, la variation dans le temps du champ scalaire va transformer la loi exponentielle en loi de puissance, soit un taux d'expansion qui devient proportionnel à t^k (pour k constant) au lieu de e^t .
- Mais les bulles de vrai vide qui se forment à l'intérieur du faux vide vont croître à un rythme exponentiel. Cela leur permet de prendre le dessus sur l'expansion (en loi de puissance) du faux vide et d'achever la transition de phase, mettant fin à la période d'expansion.
- Point intéressant, l'énergie cinétique du champ scalaire BD, va conduire à un léger accroissement dans la densité d'énergie totale de l'Univers.

La théorie de Brans et Dicke: Le retour

- Toutes ces théories d'inflation, ont connu de nombreux avatars, cependant, S. Kolitch remarque que les théories d'inflation qui ont suivi, par exemple l'inflation hyper-étendue, une modification de la théorie de La et Steinhardt, incorporent également une théorie gravitationnelle scallo-tensorielle.
- Il semble que les théoriciens, au moins, aient trouvé beaucoup d'utilisations à la théorie BD, même avec la limitation d'une valeur de ω bien plus élevée que Brans et Dicke ne l'imaginaient à l'origine.

La théorie de Brans et Dicke: Le retour

- Comme beaucoup de théories de la physique moderne (telle que celle de Kaluza-Klein qui commença par une explication erronée de l'électromagnétisme, mais posa les fondations de la théorie de cordes), la théorie scallo-tensorielle de la gravitation est allée bien au delà des intentions de ses créateurs.

Théorie de Brans et Dicke et Branes

- Une version de la M-théorie (Théorie unitaire des Supercordes de E. Witten), décrit l'Univers comme deux 3-branes dans un Fond réduit (6 des 11 dimensions sont compactifiées) anti de Sitter à 5 dimensions ($3 D_{s+t+1}$ D_s infinie mais courbée/brane).
- L'une, de tension positive, constituerait notre espace et son évolution temporelle notre espace temps, l'autre, de tension négative, constituerait un autre monde déconnecté, le seul lien avec ce monde de l'ombre étant assuré par la gravitation

Annexe 1: La masse inerte en Théorie quantique des Champs

- La nature de la masse inerte, se pose aussi dans le modèle standard où les «particules» sont dépourvues de masse.
- Cette masse résulte d'un couplage avec un champ scalaire: Le champ de Higgs, confirmé par le LHC.
- On peut se demander s'il existe un lien avec le champ scalaire classique introduit par Brans et Dicke dans leur théorie pour satisfaire au principe de Mach qui suppose que l'inertie naît de l'interaction (gravitationnelle) entre les masses et ce champ de Higgs.
- Notons que si ces deux champs sont continus, celui de la théorie BD est utilisé en l'état alors que l'autre champ est quantifié.

Annexe 2: Théories de Jauge

- Transformation de jauge: dilatation d'échelle différente en chaque point de l'espace temps (H. Weyl): Groupe de jauge
- Electro-magnétisme: Champ fermionique (de particules chargées) décrit par la fonction d'onde complexe. Les lois sont invariantes par un changement de phase identique en tout point, mais pas par une transformation de jauge pour la phase .
- On peut réaliser cette invariance de jauge en rajoutant une grandeur «champ compensateur» qui se trouve être le potentiel du champ électro-magnétique. L'idée est que l'interaction est la manifestation d'une symétrie (de jauge). Ce formalisme a été étendu avec succès aux interactions faibles et fortes.
- La Relativité générale, bien qu'établie dans un autre formalisme jouit également de cette propriété (transformation de l'espace temps sur lui même). Le groupe de Poincaré est le groupe de jauge, l'espace tangent la fibre, l'espace temps courbé la base.

Annexe 3: Théorie de Brans et Dicke

- Nous supposons que ω est de l'ordre de grandeur des unités.
- Remarquons que le terme de densité de Lagrangien relatif à la matière de l'équation (6) est le même à celui de l'équation (5). Donc les équations du mouvement de la matière dans un champ extérieur d'une métrique donnée sera le même qu'en Relativité Générale. La différence entre les deux équations réside dans les équations du champ gravitationnel qui déterminent g_{ij} . Il est donc évident que, comme en Relativité Générale le tenseur énergie impulsion de la matière doit être à divergence covariante nulle.
- $T^{ij}_{;j} = 0$ (7)
- $T^{ij} = [2/(-g)^{1/2}](\partial/\partial g_{ij})[(-g)^{1/2} \cdot L]$ (8)
- Si L ne dépend pas explicitement des dérivées de g_{ij} , les équations deviennent:
- $R_{ij} - 1/2 g_{ij} R = (8\pi\Phi^{-1}/c^4) T_{ij}$
- $+ (\omega/\Phi^2) (\Phi_{,i} \Phi_{,j} - 1/2 g_{ij} \Phi_{,k} \Phi_{,k}) + \Phi^{-1} (\Phi_{,i;j} - g_{ij} \square \Phi)$ (11)
- On voit que la première ligne est l'équation de la RG si on pose $G = \Phi^{-1}$

Références

- Mach's principle and a Relativistic Theory of Gravitation : C. Brans and R.H. Dicke, Physical review Volume 124, Number 3, November 1961
- The Gravitational theory of Brans and Dicke by David John Baker
- Le principe de Mach et une théorie Relativiste de la Gravitation . C Brans et RH Dicke: <http://www-cosmosaf.iap.fr/Relativite-Brans-Dicke.htm>
- La théorie gravitationnelle de Brans et Dicke par David John Baker:http://www-cosmosaf.iap.fr/theorie_%20BD.htm
- Au delà de l'espace et du Temps: M. Lachièze Rey: éditions le Pommier, juin 2003