Introduction à la mécanique quantique-4

Les quatre cours qui constituent cette introduction à la mécanique quantique, font de larges emprunts au cours donné par Mr le Professeur F. Davoine à l'INSA de Lyon en 1966.
Qu'il soit remercié pour le caractère pédagogique exceptionnel de son cours que je me suis efforcé de préserver dans l'exposé des extraits que j'en ai donné.

SAF 2019 JACQUES FRIC

L’équation relativiste de Klein-Gordon

- A partir de l’expression relativiste de l’énergie, dérivée de l’expression de la norme du vecteur quadri-impulsion relativiste

  - $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$

- En associant, comme d’habitude, l'opérateur $i\hbar\partial_t$ pour l'énergie E et $(\hbar/i)\partial_{xi}$ pour la quantité de mouvement p, et en l'appliquant à la fonction d'onde, on obtient:

  - $(\Box + m^2)\psi = 0.$

- Qui est une équation relativiste appelée équation de Klein-Gordon ($\Box$ est l’opérateur d’alembertien et m la masse de la particule)

La mécanique quantique relativiste

- **Introduction à l'équation de Dirac**

- L'équation de Klein-Gordon qui contient des dérivées secondes par rapport au temps posait problème à Dirac (conservation du courant de probabilité). Pour cela il a cherché une solution où il n'y aurait que des dérivées premières par rapport au temps.
- Remarquons que à partir de cette expression relativiste de l'énergie, $E^2 = \boldsymbol{p}^2c^2 + m^2c^4$, on peut construire la fonction de Hamilton H (en introduisant l'énergie potentielle U)

  - $H = U \pm c(p^2_x + p^2_y + p^2_z + m^2c^2)^{1/2}$

- On a vu que le signe ± est lié à la forme quadratique de la formule (on verra qu'il autorise des énergies négatives, et comment cela est traité par la "mer" de Dirac)

La mécanique quantique relativiste

- **Solution de Dirac : Linéarisation de l'équation**

- Cela a conduit Dirac à "linéariser" cette équation en considérant la quantité sous la racine carrée comme un carré parfait :
-
- $p^2_x + p^2_y + p^2_z + m^2c^2 = (a_1.p_x + a_2.p_y + a_3.p_z + a_4.mc)^2$,
-
- les coefficients a_i étant à déterminer. Pour ceux qui veulent en savoir plus, en particulier comment, et à partir de quelles contraintes, ces matrices ont été déterminées, nous conseillons de consulter :
- http://www.astromontgeron.fr/annexeC-equation%20de%20Dirac.pdf

La mécanique quantique relativiste

- Si on développe, on voit qu'il n'y a pas de solutions avec des scalaires, mais qu'on peut en trouver si on considère les a_i comme des matrices (et qu'on applique les règles opératoires des matrices).
- Il existe plusieurs groupes de matrices qui satisfont à ces conditions, qui conduisent à des solutions équivalentes.
- Elles doivent anti-commuter $a_1.a_2 = -a_2.a_1$ etc., avec un carré : $a^2{}_1 = a^2{}_2 = a^2{}_3 = a^2{}_4 = 1$.
- On remarque que ces coefficients définissent une base d'un espace constitué d'éléments qui sont comme une racine carrée des vecteurs d'une base de l'espace vectoriel sur lequel est défini le quadri vecteur énergie impulsion.

La mécanique quantique relativiste

- Les matrices adoptées par Dirac sont :

$$a_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad a_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad a_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad a_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

La mécanique quantique relativiste

- Ces matrices 4x4 sont souvent écrites sous forme de 4 matrices 2x2:

- $a_i = \begin{vmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{vmatrix}$, pour i = 1, 2, 3 et $a_4 = \begin{vmatrix} U & 0 \\ 0 & -U \end{vmatrix}$

σ_1 , σ_2 , σ_3 sont les matrices 2x2 de Pauli de l'algèbre de Lie du groupe **SU(2)** des rotations 3D, qui est le groupe de symétrie de l'interaction faible. U est la matrice unitaire 2x2 et 0 est la matrice 2x2 nulle.

- $\sigma_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$, $\sigma_2 = \begin{vmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{vmatrix}$, $\sigma_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$, et où $0 = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ et $U = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

La mécanique quantique relativiste

- Ces matrices σ_i sont celles de l'algèbre de Lie, qui décrit la structure de l'espace tridimensionnel, en théorie des groupes par le groupe SU(2) des rotations dans l'espace, résultat mathématique formel, dont la relation avec le problème physique à résoudre n'est pas évidente a priori.
- C'est une des beautés de la physique de nous éclairer sur la nature des phénomènes par les solutions qu'elle nous propose.
- Si on prend aussi en compte que ce groupe SU(2) est aussi le fondement de l'interaction faible, on prend conscience, même si c'est sans en mesurer toute l'étendue, de la puissance des mathématiques.
- Ceci est révélateur d'une structure sous-jacente commune entre l'état de la matière décrit en mécanique quantique et ses interactions décrites en théorie des champs quantiques.

La mécanique quantique relativiste

- La symétrie SU(2) est celle de l'espace euclidien tridimensionnel, mais la mécanique quantique relativiste relève de l'espace-temps de Minkowski, ce qu'on prend en compte en s'assurant de l'invariance des lois physiques par les transformations dans cet espace-temps.
- A noter que le groupe de symétrie de l'espace de Minkowski, qui est le groupe de Poincaré, a une algèbre de Lie plus complexe.
- Un autre point structurel important est que l'espace temps de Minkowski est considéré comme un cadre (un contenant), avec sa structure insensible au contenu.
- Cette hypothèse qui semble validée par les expériences est frustrante car, à l'instar de la relativité générale, il serait plus agréable à l'esprit que le contenu contribue à la configuration physique globale.

La mécanique quantique relativiste

- On peut vérifier qu'elles satisfont aux conditions exigées.
- Le hamiltonien devient : $H = U - \alpha_1\, cp_x - \alpha_2\, cp_y - \alpha_3\, cp_z - \alpha_4 . mc^2$ (1)
- L'opérateur hamiltonien :$\mathcal{H} = U + i.\alpha_1 .\hbar c.\partial_x + i.\alpha_2\, \hbar c.\partial_y + i.\alpha_3\, \hbar c.\partial_z - \alpha_4 m\, c^2$,
- s'écrit sous forme matricielle (pour *U*, on a introduit la matrice unité I)

$$\mathcal{H} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{U - mc^2} & \boldsymbol{0} & i\hbar c.\partial_z & i\hbar c\,(-i\partial_y + \partial_x) \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{U - mc^2} & i\hbar c\,(i\partial_y + \partial_x) & -i\hbar c.\partial_z \\ i\hbar c.\partial_z & i\hbar c\,(-i\partial_y + \partial_x) & U + mc^2 & 0 \\ i\hbar c\,(i\partial_y + \partial_x) & -\,i\hbar c.\partial_z & 0 & U + mc^2 \end{vmatrix} \quad (1')$$

Chacune des 4 équations satisfait l'équation de Klein-Gordon.

La mécanique quantique relativiste

- La structure de l'équation (1') est conférée par celle des matrices a_i qui rappellons le, est :
- $a_i = \begin{vmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{vmatrix}$, pour $i = 1, 2, 3$ et $a_4 = \begin{vmatrix} U & 0 \\ 0 & -U \end{vmatrix}$

Où, σ_i sont les matrices de Pauli. En définissant les opérateurs A et B:

$A = i\hbar c.\partial_z$ et $B = \hbar c(\partial_y + i.\partial_x$, l'équation (1') peut aussi s' écrire:

$$\mathcal{H} = \begin{vmatrix} -mc^2 & 0 & A & B \\ 0 & -mc^2 & -B^* & -A \\ A & B & mc^2 & 0 \\ -B^* & -A & 0 & mc^2 \end{vmatrix} + U \begin{vmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{vmatrix} \qquad (1')$$

Notons l'antisymétrie par rapport à l'anti-diagonale de la matrice de gauche!

La mécanique quantique relativiste

- Pour les calculs nous l’avons développé sous forme de matrice 4 x 4, en utilisant les valeurs des matrices. L'équation de Dirac correspondant à l'équation de Schrödinger s'écrit:
  - $\mathcal{H}\psi = E\psi$
- Relation entre matrices pour l'équation de Dirac, où ψ *est* un vecteur colonne à *4* composantes ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4, chacune de ces fonctions étant une fonction ordinaire de x, y, z, t.

$$|\mathcal{H}| \begin{vmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{vmatrix} = E\,|I| \begin{vmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{vmatrix} \qquad (1”)$$

La mécanique quantique relativiste

- On aura alors:
-
- $\psi\,\psi^* = \psi_1\,\psi_1^* + \psi_2\,\psi_2^* + \psi_3\,\psi_3^* + \psi_4\,\psi_4^*$
-
- Et ce produit aura la signification probabiliste habituelle.
-
- La détermination *de* ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4, est alors ramenée à la résolution de 4 équations simultanées aux dérivées partielles du premier ordre qu'il n'est pas difficile d'établir.

La mécanique quantique relativiste

- Avec,
- $\mathcal{H} = U + i.a_1.\hbar c.\partial_x \; + i.a_2 . \hbar c.\partial_y + i.a_3 \hbar c.\partial_z - a_4.m\, c^2$ (2)
- Nous devons résoudre l'équation matricielle: $\mathcal{H}\psi = E\psi$ (2')
- où $\mathcal{H}$ est la matrice définie par l'équation (1') et E est associé à la matrice unitaire. Ce sont des matrices 4x4 et ψ est un vecteur colonne à 4 dimensions. La forme matricielle de (2') est décrite par l'équation (1").
- En utilisant les valeurs des matrices a_i, données par (1'), et en appliquant les règles de calculs matriciels, cela donne:

$(i/\hbar)\,[(E- U)/c \; + m.c\,]\,\psi_1 + (\partial_x \; - \; i.\,\partial_y)\,\psi_4 + (\partial_z)\,\psi_3 = 0$

- $(i/\hbar)\,[(E- U)/c \; + m.c\,]\,\psi_2 + (\partial_x \; + i.\,\partial_y)\,\psi_3 \; - (\partial_z)\,\psi_4 = 0$
- $(i/\hbar)\,[(E- U)/c \; - m.c\,]\,\psi_3 + (\partial_x \; - \; i.\,\partial_y)\,\psi_2 \; + (\partial_z)\,\psi_1 = 0$
- $(i/\hbar)\,[(E- U)/c \; - m.c\,]\,\psi_4 + (\partial_x \; + \; i.\,\partial_y)\,\psi_1 \; - (\partial_z)\,\psi_2 = 0$

Le spin d'après la théorie de Dirac.

- Au lieu d'utiliser les matrices a_1, a_2, a_3, a_4 ci dessus, on peut envisager d'utiliser les 5 matrices suivantes, également à 4 lignes et 4 colonnes, les trois premières sont:

$$\sigma_x = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad \sigma_y = \begin{vmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{vmatrix} \quad \sigma_z = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

- Cette représentation va mieux montrer les symétries de la solution.

Le spin d'après la théorie de Dirac

- Les deux dernières sont:

$$\rho_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \qquad \rho_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

- (Dirac a également introduit une matrice ρ_2 dont nous ne ferons pas usage ici).

Le spin d'après la théorie de Dirac

- On peut remarquer :
- - que chaque σ commute avec chaque ρ,
- - que les ρ anti-commutent entre elles,
- - que les a, ρ et σ sont reliées par :
- $a_1 = \rho_1 . \sigma_x$, $a_2 = \rho_1 . \sigma_y$, $a_3 = \rho_1 . \sigma_z$, $a_4 = \rho_3$
- En substituant ces valeurs dans (1) l'opérateur hamiltonien de Dirac peut donc s'écrire :
- $\mathcal{H} = U - c . \rho_1 (\sigma_x . \mathbf{p_x} + \sigma_y . \mathbf{p_y} + \sigma_z . \mathbf{p_z}) - \rho_3 . m c^2 \qquad (3)$
- $\mathcal{H}$ *et* $\mathbf{p_x}$, $\mathbf{p_y}$, $\mathbf{p_z}$, notés en caractères gras, représentent ici des opérateurs.

Le spin d'après la théorie de Dirac

Considérons un électron dans un potentiel électrostatique central U(r).

- Soit L_z son moment, cinétique orbital projeté sur O_z.
- En mécanique classique, nous savons que c'est une constante du mouvement.
- En mécanique ondulatoire de Schrödinger, nous savons qu'il a aussi une valeur bien déterminée : $m\hbar$ où m est un nombre entier relatif (ce n'est pas la masse) et nous avons remarqué que ceci provenait du fait que les fonctions d'onde correspondant aux états stationnaires sont les fonctions propres de l'opérateur $\boldsymbol{L_z}$. En d'autres termes, ceci provient du fait les opérateurs $\boldsymbol{L_z}$ et $\boldsymbol{H}$ commutent.

Le spin d'après la théorie de Dirac

- **Constante du mouvement: Rappel**
- *Pour toute fonction* $A(t, q_i, p_i)$*:*
  - $$\frac{dA}{dt} = \{A,H\} + \frac{\partial A}{\partial t}$$
- Dans le cours N° 2, à propos de la mécanique analytique, nous avions établi cette relation qui montre qu'une grandeur décrite par une fonction $A(q_i, p_i)$, décrite seulement par une fonction des coordonnées généralisées, qui donc ne dépend pas explicitement du temps et qui commute avec le hamiltonien (crochets de Poisson $\{A,H\} = 0$), est une constante du mouvement.

Le spin d'après la théorie de Dirac

- Proposons-nous de voir s'il en est encore de même en mécanique de Dirac.
- Ce qui est vrai pour les grandeurs physiques s'applique aussi aux opérateurs qui leur sont associés.
- Nous avons déjà montré (c'est le produit vectoriel de l'impulsion par la distance à l'axe *Oz*, projeté sur O_z, il vaut donc $x.p_y - y.p_x$) que l'opérateur $\boldsymbol{L_z}$ était égal à:
  - $\boldsymbol{L_z} = \hbar/i\,(x\partial_y - y\partial_x)$ *(3')*
- Expression où on a remplacé les « *p* » par les opérateurs associés.
- On peut vérifier facilement que cet opérateur commute avec $\boldsymbol{p_z}$ et avec les matrices σ et ρ, par contre il ne commute pas avec $\boldsymbol{p_x}$ et $\boldsymbol{p_y}$ et on a:

Le spin d'après la théorie de Dirac

- $[\boldsymbol{L_z}, \boldsymbol{p_x}] = \boldsymbol{L_z}\ \boldsymbol{p_x} - \boldsymbol{p_x} \boldsymbol{L_z}$ et $i\hbar\, \boldsymbol{p_y}$
- $[\boldsymbol{L_z}, \boldsymbol{p_x}] = \hbar/i\,(x\partial_y - y\partial_x)\,\hbar/i\,\partial_x - \hbar/i\,\partial_x\,\hbar/i\,(x\partial_y - y\partial_x) =$
- $(\hbar/i)^2\,[\,x\partial_y\,\partial_x - y\partial^2_x - (1.\partial_y + x\partial_y\,\partial_x - \partial_x\,y\,\partial_x - y\partial^2_x] = -(\hbar/i)(\hbar/i)\partial_y = i\,\hbar\,\boldsymbol{p_y}$

Car $\partial_x\,y\,\partial_x = 0$ et $\partial_x\,x = 1$. Un calcul semblable montre que $[\boldsymbol{L_z}, \boldsymbol{p_y}] = -i\,\hbar\,\boldsymbol{p_x}$

Formons alors le commutateur $[\boldsymbol{L_z}, \boldsymbol{H}]$, où $\boldsymbol{H}$ est défini par (3) et $\boldsymbol{L_z}$ par (3')

$$\boldsymbol{L_z.H} - \boldsymbol{H.L_z} = -c.\,\rho_1\,[\sigma_x\,(\boldsymbol{L_z\,p_x} - \boldsymbol{p_x\,L_z}) + \sigma_y\,(\boldsymbol{L_z\,p_y} - \boldsymbol{p_y\,L_z})]$$

- $= -c.\,\rho_1\,[\sigma_x\,(i.\hbar.\boldsymbol{p_y}) + \sigma_y\,(-\,i.\hbar.\boldsymbol{p_x})]$
- $[\boldsymbol{L_z}, \boldsymbol{H}] = -\,i.\hbar.\,c.\,\rho_1\,[\sigma_x\,\boldsymbol{p_y} - \sigma_y.\boldsymbol{p_x}]$ (4)
- Il est facile de vérifier que la parenthèse n'est pas nulle. Donc, ce commutateur n'est pas nul, et, en mécanique de Dirac le moment cinétique $\boldsymbol{L_z}$ ne sera pas une constante du mouvement.

Le spin d'après la théorie de Dirac

- Formons alors le commutateur : $[\sigma_z , \boldsymbol{H}]$

On vérifie aisément (calcul matriciel) que la matrice σ_z commute avec $\boldsymbol{p_x}, \boldsymbol{p_y}, \boldsymbol{p_z}$, mais ne commute pas avec les matrices σ_x , σ_y et que l'on a :

$$[\sigma_z , \sigma_x] = 2i\, \sigma_y \quad , \quad [\sigma_z , \sigma_y] = -2i\, \sigma_x$$

d'où:

$$[\sigma_z , \boldsymbol{H}] = \sigma_z .\boldsymbol{H} - \boldsymbol{H} . \sigma_z = -c.\, \rho_1 [\, \boldsymbol{p_x} (\sigma_z .\sigma_x - \sigma_x . \sigma_z) + \boldsymbol{p_y} (\sigma_z . \sigma_y - \sigma_y .\sigma_z)]$$

- $= -c.\, \rho_1 [\boldsymbol{p_x} (2i.\, \sigma_y) + \boldsymbol{p_y} (-2i.\, \sigma_x)]$
- $[\sigma_z , \boldsymbol{H}] = 2i.c.\, \rho_1 [\sigma_x \boldsymbol{p_y} - \sigma_y \boldsymbol{p_x}] \qquad (5)$

Rappelons que: $[\, \boldsymbol{L_z} , \boldsymbol{H} \,] = - i.\hbar.\, c.\, \rho_1 [\sigma_x \boldsymbol{p_y} - \sigma_y . \boldsymbol{p_x}] \qquad (4)$

On voit que: $[\, \boldsymbol{L_z} , \boldsymbol{H} \,] = - \hbar/2 [\sigma_z , \boldsymbol{H}] \qquad (5')$

Le spin d'après la théorie de Dirac

- Le commutateur $[\sigma_z , \boldsymbol{H}]$ n'est pas nul non plus. Mais, en rapprochant (4) et (5), comme l'indique (5'), on déduit:
-

$$[\, (\mathbf{L_z} + \tfrac{1}{2}\hbar\sigma_z), \boldsymbol{H}\,] = [\, \mathbf{L_z}, \boldsymbol{H}\,] + [\, \tfrac{1}{2}\hbar\sigma_z , \boldsymbol{H}\,] = 0$$

-
- Ceci montre que c'est la grandeur associée à l'opérateur
-
- $\mathbf{L_z} + \tfrac{1}{2}\hbar\sigma_z$
-
- qui est, dans ce cas, une constante du mouvement.

Le spin d'après la théorie de Dirac

- Par analogie avec la mécanique classique et la mécanique ondulatoire non relativiste, on voit que l'on est conduit à dire que l'opérateur spin $S_z = \frac{1}{2} \hbar\sigma_z$ vient naturellement se joindre à L_z pour donner le moment angulaire total, constante du mouvement.
- Remarquons qu'en mécanique classique, une particule chargée comme l'électron qui serait en mouvement circulaire autour du noyau, rayonnerait et tomberait sur le noyau.

Le spin d'après la théorie de Dirac

- Bien entendu l'analogie avec la mécanique quantique a ses limites, mais ce spin joue un rôle « compensateur » stabilisant « l'orbitale ».
- On peut montrer que, dans ce cas encore, bien que la fonction ψ ne soit plus une simple fonction scalaire, le résultat d'une mesure effectuée sur le spin fournit une des valeurs propres ½ $\hbar\sigma_z$, c'est à dire $\pm\, \hbar/2$.

Le spin d'après la théorie de Dirac

- On démontrerait également que le moment magnétique s'introduit, lui aussi, automatiquement dans les équations de Dirac avec la valeur $e.\hbar/2m_e.c$, c'est-à-dire 1 magnéton de Bohr.

- Cette démonstration nécessite l'usage des équations du mouvement dans un champ électromagnétique et non plus électrostatique, source qui implique des calculs plus complets.

- Les caractéristiques essentielles de l'électron se retrouvent bien dans l'équation de Dirac sans faire appel au modèle d'une sphère en rotation sur lequel s'étaient fondées des théories antérieures.

Remarque sur les états à énergie négative. Théorie des lacunes

- L'introduction d'un double signe dans l'expression du hamiltonien relativiste amène à voir la possibilité de valeurs négatives de l'énergie, **car la fixation de l'énergie potentielle de la particule au repos**, $E = mc^2$, fixe l'origine des énergies.
- C'est là un point capital de la théorie de Dirac et la considération des énergies des deux signes s'est montrée nécessaire pour interpréter correctement, par la théorie de Dirac, divers phénomènes et notamment l'effet Compton.
- Mais ce fait, du point de vue physique, est difficile à concevoir, et la nature ne semblerait rien montrer qui ressemblait à des corpuscules à énergie négative.

Théorie des lacunes

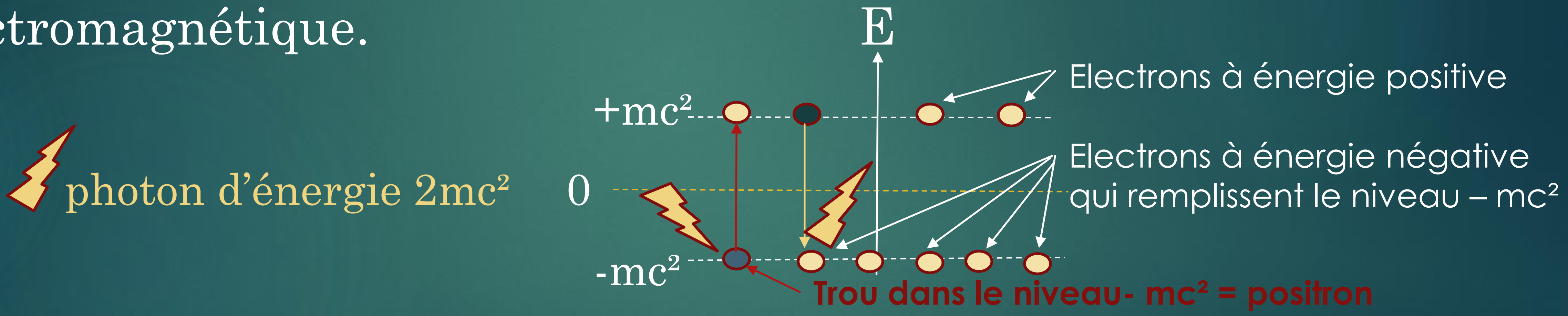
- Pour surmonter cette difficulté, Dirac suggéra que les états d'énergies négatives étaient en réalité accessibles aux électrons, mais se trouvaient d'ordinaire occupés en totalité, un peu comme le sont, dans un métal, tous les états d'énergie inférieurs au niveau de Fermi.
- Les électrons qui se trouvent dans ces états ne se manifesteraient pas et, notamment, leur charge serait neutralisée par des charges positives qui échappent également à notre observation.
- Cette hypothèse laissait prévoir que, sous l'effet d'une excitation convenable (on peut montrer qu'il faut, pour cela dispenser une énergie supérieure à $2\,mc^2$), un électron pouvait se trouver porté d'un état d'énergie négative à un état d'énergie positive.

Théorie des lacunes

- Le résultat d'un tel saut est l'apparition d'un électron normal et la disparition d'un des électrons occultes, ce qui entraîne la création d'une lacune (un trou) parmi les états à énergie négative. Oppenheimer devait montrer que le comportement d'une telle lacune dans un champ électromagnétique est le même que celui d'un électron qui serait chargé positivement.
- Ces prévisions ont été vérifiées par l'expérience. Nous avons déjà signalé en effet que des photons d'énergie suffisante tombant sur la matière engendrent, avec une certaine probabilité (croissante avec l'énergie) une paire d'électrons de charges opposées.

Théorie des lacunes: L'antimatière

- Inversement, un électron positif peut se combiner à un électron négatif. Dans le langage précédent, on dit qu'une lacune, existant dans le continuum des états d'énergie négative, est comblée par un électron ordinaire, c'est-à-dire négatif, pour donner de l'énergie électromagnétique.



Nous signalerons simplement que des propriétés analogues ont été mises en évidence pour d'autres particules que les électrons, mais que le traitement théorique de ces problèmes est des plus compliqué.

Phénoménologie de l'antimatière

- Remarquons que cette théorie des lacunes permet de décrire la phénoménologie de l'antimatière, notamment sa création par paire.
- D'autres interprétations considèrent que l'antimatière est de la matière qui remonte le temps, ce qui permet aussi de décrire sa phénoménologie.
- Feynman raconte que cette dernière description avait inspiré Wheeler qui pensait avoir résolu le problème de l'indiscernabilité des électrons. Il avait présenté un diagramme où on voyait un seul électron voyager dans le temps, tantôt vers le futur tantôt vers le passé, et en avait déduit que tous les électrons n'étaient que la représentation multiple d'un seul, ce qui expliquait qu'ils soient tous identiques! On n'a jamais su s'il était sérieux ou s'il plaisantait…

La physique quantique décrit-elle la réalité?

Arbre des solutions du problème de la mesure

Théorie quantique

- N'est pas censée représenter la réalité
  - Positivisme
    - Stephen Hawking
    - Niels Bohr
- Ne représente pas totalement la réalité
  - Lois quantiques modifiées
    - Roger Penrose
    - Giancarlo Ghirardi
    - Alberto Rimini
    - Wilhelm Eduard Weber
  - Influence de la conscience
    - Eugene Wigner
    - John von Neumann
    - Fritz London & Edmond Bauer
  - Refonte totale
    - Théorie de De Broglie-Bohm
- Représente totalement la réalité
  - Décohérence quantique
    - Roland Omnès
    - Murray Gell-Mann
    - James Hartle
    - Hans-Dieter Zeh
    - Wojciech Zurek
  - Univers multiples
    - Hugh Everett

Epilogue

- Si nous considérons que nous sommes constitués de ces atomes que nous décrivons par la mécanique quantique, nous voyons que nous tentons de décrire les briques qui nous constituent.

- Il est évident que la complexité qui en résulte ne tire pas sa source de la nature supposée ultime (la substance) de ces constituants, mais des relations entre ces constituants.

.

Epilogue

- C’est une autoréflexion d’un système complexe sur des parties de sa complexité. Ceci doit pouvoir s’évaluer avec ses limites par la théorie de l’information.
- Le point délicat des mesures est la confrontation d’un système macroscopique avec un système microscopique. L’indétermination qui en résulte, si elle n’est pas structurelle (point essentiel), devrait pouvoir permettre d’ouvrir une réflexion sur ce sujet.

Remerciements

- Merci à l’auditoire qui, par ses questions judicieuses, me permet d’améliorer la présentation.
- Merci, tout particulièrement, à Jean Luc Roger pour sa relecture minutieuse de ma présentation. Il m’a signalé des coquilles que je me suis empressé de corriger.